

REKENEN EN WISKUNDE UITGELEGD

Kennisbasis voor leerkrachten basisonderwijs

Peter Ale en Martine van Schaik

Vierde editie

Boom



Met onderstaande unieke activeringscode krijg je via **www.boomstudent.nl** toegang tot de online leeromgeving. Deze code is persoonsgebonden en gekoppeld aan de vierde editie. Na activering van de code is de online leeromgeving twee jaar toegankelijk. De code kan tot zes maanden na het verschijnen van een volgende editie geactiveerd worden. De code is eenmalig te gebruiken. Deze activeringscode is alleen bruikbaar voor een studentlicentie en geeft geen toegang tot de docentomgeving van het platform. Ben je docent? Dan heb je jouw activeringscode per e-mail ontvangen. Deze code activeer je op **boomdocent.nl**.

Omslagontwerp: Haagsblauw, Den Haag

© 2026 Boom

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bijvoorbeeld een (digitale) leeromgeving of een reader in het onderwijs (op grond van artikel 16, Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting Uitgeversorganisatie voor Onderwijslicenties, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-uvo.nl.

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher.

ISBN: 9789046908686

NUR: 846

www.boomstudent.nl

www.boom.nl/hogeronderwijs

Inhoud

Voorwoord	5
Inleiding	7
1 Domeinen, leerlijnen en kwalitatief oefenen	13
1.1 De rekeninhouden in het basisonderwijs	13
1.2 Contexten en modellen	21
1.3 Redeneren	23
1.4 De werkwijze	24
2 Hele getallen en bewerkingen	35
2.1 Startopgave 1: zet de rij voort	35
2.2 Startopgave 2: de magimixer	60
2.3 Startopgave 3: spelen met getallen	71
2.4 Startopgave 4: kamperen	100
2.5 Complexe opgaven	108
3 Breuken, procenten en verhoudingen	111
3.1 Startopgave 5: rendement van een depositorekening	111
3.2 Startopgave 6: de winkans van een prijzenrad	128
3.3 Complexe opgaven	145
4 Meten	149
4.1 Startopgave 7: meten is weten!	150
4.2 Startopgave 8: oppervlakte van een park berekenen	153
4.3 Startopgave 9: vergroten en verkleinen van een schaalmodel	169
4.4 Startopgave 10: de temperatuur daalt!	177
4.5 Startopgave 11: een kast verplaatsen ...	180
4.6 Startopgave 12: hoeken berekenen	184
4.7 Complexe opgaven	189
5 Meetkunde	193
5.1 Startopgave 13: vierkuberhuisjes	193
5.2 Startopgave 14: meetkunde in een rooster	216

5.3	Startopgave 15: lichaamsdiagonaal tekenen	232
5.4	Complexe opgaven	239
6	Verbanden	243
6.1	Startopgave 16: van enquête naar grafiek	243
6.2	Startopgave 17: interpreteren van data	265
6.3	Startopgave 18: grafiek bij functie	275
6.4	Startopgave 19: TIMSS-onderzoek	284
6.5	Complexe opgaven	296
	Literatuur	302
	Index	304

Voorwoord

De landelijke kennisbasistoets (LKT) is gestart in 2010. Er was behoefte aan een bevestiging van het rekenniveau van pabostudenten. Niet iedereen haalt de rekentoets even gemakkelijk. In 2016 verscheen er in het tijdschrift voor de praktijk van het reken-wiskundeonderwijs *Volgens Bartjens* een artikel van de toenmalige redactieleden van de LKT waarin ze concludeerden dat veel studenten onvoldoendes haalden door te weinig of verkeerd te oefenen (Keijzer et al., 2016). Zij beschreven vragen die een student zich bij het oefenen zou kunnen stellen:

- Welke getalrelaties herken ik?
- Welk patroon valt mij op?
- Ken ik een vergelijkbaar probleem, waarvan ik de oplossing ken?
- Kan ik het probleem op een andere manier verwoorden?
- Hoe zal de maker van de opdracht hebben gedacht?

In de eerste (2011) en latere drukken van *Rekenen en wiskunde uitgelegd* (RWU) beschreven we al een werkwijze voor het aanpakken van rekenopgaven. Voor het werken aan rekenproblemen geldt altijd:

1. Werk gestructureerd.
 - a. Werk netjes.
 - b. Zet op een rijtje wat er aan gegevens is.
 - c. Stel vast wat er precies wordt gevraagd.
2. Gebruik kennis en vaardigheden.
 - a. Om welke rekenkennis gaat het?
 - b. Zijn er verbanden met wat je al weet?
 - c. Kun je er een plaatje bij maken?
 - d. Bedenk de strategie.
 - e. Reken de opgave of opgaven uit en let op handig rekenen.
3. Trek de conclusie.
 - a. Wat is de uitkomst?
 - b. Kan de uitkomst kloppen?
 - c. Hoe is het gegaan?

Eind mei 2024 hielden de redacteuren van de LKT een presentatie tijdens de wiskundeconferentie Panama. Zij kwamen tot dezelfde conclusie: te veel studenten halen (herhaaldelijk) een onvoldoende voor de landelijke kennisbasistoets en de zwakkere studenten hebben steeds meer tijd nodig voor eenvoudige opgaven.

Op grond van deze ervaringen hebben wij besloten deze herziene druk van RWU te richten op de verstrengeling van de rekeninhoud en het oefenen van opgaven. We behandelen niet meer de inhoud en gevolgd door een hele partij opgaven, maar gaan uit van een bepaalde oefenvorm: kwalitatief oefenen (Ale & Van Schaik, 2016). Deze manier van oefenen is gebaseerd op de hiervoor genoemde drie punten:

- gestructureerd werken;
- kennis en vaardigheden;
- reflectie.

We demonstreren deze oefenvorm aan de hand van enigszins complexe opgaven, zoals je tegen kunt komen in de LKT. We kiezen juist voor complexe opgaven, omdat je hierbij allerlei aspecten van rekenen-wiskunde moet inzetten om tot het antwoord te komen. Dit – in combinatie met de reflectie die we stimuleren – geeft jou de kans om de kennis en vaardigheden te verwerven die je nodig hebt om opgaven op te lossen en deze later in de onderwijspraktijk toe te passen. Om een volledige dekking van de reken-wiskundige inhoud van de kennisbasis te behandelen, bespreken we een aantal complexe ‘kwalitatief oefenen’-opgaven per domein. Door deze verandering van opzet is het onderscheid tussen basisstof en repertoire uit de eerdere versies van RWU komen te vervallen. Eigenlijk is alle stof noodzakelijk, dus basisstof.

Een ander verschil met de eerdere uitgaven van dit boek is dat we ons enkel concentreren op deze oefenvorm en de onderwerpen die in de Handreiking van de LKT staan. We maken geen uitstapjes meer naar andere interessante onderwerpen zoals het algoritme voor worteltrekken, rekenen in het 16-talig stelsel en dergelijke. Deze onderwerpen zijn voor extra verdieping van de eigen rekenvaardigheid opgenomen in de online leeromgeving.

Inleiding

Waarom dit boek?

Het verzorgen van rekenonderwijs op de basisschool is moeilijker dan veel leerkrachten zich realiseren. Het vraagt meer dan opgaven zelf kunnen maken. Ook red je het niet met het aanleren van alleen de didactiek, want goed rekenles geven zonder zelf voldoende rekenvaardig te zijn is onmogelijk.

Dit boek is bestemd voor pabostudenten, maar kan ook als opfrissing van kennis en vaardigheden door leerkrachten in het basisonderwijs worden gebruikt. Het doel is de rekenvaardigheid die je nodig hebt om als leerkracht op de basisschool goed te functioneren aan te leren en te verdiepen, zodat je weet waar je les over geeft.

Wat is rekenvaardig? Hiervoor is niet een algemeen geldende definitie te geven. Het hangt ervan af welk niveau van beheersing nodig is. Iemand die alleen rekt voor dagelijkse zaken als het doen van boodschappen, het kopen van behang of vloerbedekking en het bijhouden van een dieettabel is voor zichzelf al snel rekenvaardig genoeg. Wie veel bezig is met percentages, gemiddelden en groeicurven moet meer kunnen. Als je ook nog pretendeert het rekenen aan anderen uit te kunnen leggen, dan is er nog meer nodig. Dan moet je niet alleen kunnen rekenen, maar ook op meerdere manieren en op verschillende niveaus. Dit is nodig om (foute) redeneringen van leerlingen te kunnen analyseren en te kunnen voorzien van goede reacties en impulsen ter verbetering, zoals het stellen van juiste vragen. Meerdere oplossingsmanieren kennen is voor leerkrachten cruciaal.

Uit onderzoek (Garssen, 2010) is gebleken dat veel hulp die leerkrachten geven neerkomt op het aanleren van de methodiek die de leerkracht zelf beheerst. Een 'handig reken'-opgave als $48 \times 37,5$ kun je uitrekenen door middel van de tussenstap 12×150 . Dat $4800 \times \frac{3}{8}$ ook een prima tussenstap is, is niet voor iedere leerkracht meteen inzichtelijk, terwijl een leerling die meer affiniteit met procenten en breuken heeft deze weg best kan kiezen. Als die leerling daarna een rekenfout maakt en de leerkracht reageert met 'dat moet je zo doen' en vervolgens zijn eigen aanpak laat zien, dan helpt de leerkracht deze leerling niet verder met zijn oplossing. Op deze manier wordt er niet aangesloten bij de rekenstrategie van de leerling en wordt hij niet goed geholpen om rekenen te leren. Hij leert alleen wat de leerkracht weet, in plaats van dat de leerkracht de leerling begeleidt op basis van de vraag. Bovendien kan de leerling de indruk krijgen dat zijn manier fout is, terwijl dat niet zo is.

Goed kunnen rekenen is pas het begin van goed kunnen uitleggen. In dit boek wordt niet ingegaan op wat uitleggen is. Dat gebeurt in ons didactiekboek *Rekenen-wiskunde en didactiek* (Ale & Van Schaik, 2022). Wel zal vaak bij de beschrijving van een model of werkwijze ook een school- of leerlingperspectief worden gegeven en geregeld zal een link worden gelegd naar de praktijk van het basisonderwijs door tips te geven bij de bespreking van rekenkundige onderdelen.

Een overtuiging die studenten (en leerkrachten) vaak met zich meedragen is dat ze 'toch niet kunnen rekenen'. Vooral wiskundedocenten winden zich op over de trots waarmee sommige mensen kunnen beweren dat wiskunde niets voor hen is. Columnist Merel van Vroonhoven schreef in *de Volkskrant* van 2 maart 2024: *Rob Hadders, sidekick van Een Vandaag-presentator Pieter Jan Hagens, vroeg het zich hardop af: 'Hoe erg is dat nou als je niet goed kunt rekenen?' Zelf kon Hadders niet hoofdrekenen, bekende hij. Maar ach, Caroline van der Plas ook niet en kijk waar zij nu zit!* En verderop in hetzelfde stukje: *Vergoelijken van reken-analfabetisme is niet troostrijk. Het is ronduit gevaarlijk.* Een leerkracht in het basisonderwijs kan zich niet permitteren een rekenanalfabeet te zijn. Een leerkracht in het basisonderwijs wil goed kunnen rekenen en vindt rekenen-wiskunde leuk, fijn en plezierig, en wil dat ook overbrengen op zijn leerlingen.

Ordelijkheid, netheid en structuur zijn basisvoorwaarden om goed te leren (en te kunnen) rekenen. De fouten die gemaakt worden doordat getallen niet netjes onder elkaar staan zijn niet nodig, maar komen wel vaak voor. Denken in structuren in plaats van in het onthouden van regels is voor een goede rekenaar een middel om rekenproblemen, uitdagende opgaven, flexibel aan te kunnen pakken.

Verder dan groep 8

Dit boek gaat verder dan het curriculum van groep 8 (referentieniveau 1S). Uit het voorgaande mag de conclusie getrokken worden dat een leerkracht ver boven de stof hoort te staan. Drie redenen:

- Om iets uit te kunnen leggen moet de leerkracht alle opgaven zonder problemen kunnen maken.
- Om iets goed uit te kunnen leggen moet de leerkracht alle (leer)lijnen doorzien. Daarom gaat vooral de module 'Hele getallen en bewerkingen' zeer gedetailleerd in op de achtergrond van de hoofdbewerkingen.
- Een leerkracht mag niet in paniek raken als een leerling met onverwachte oplossingen komt, of een vraag stelt die niet in het boek staat (150 beesten hebben samen 400 poten, het zijn koeien en kippen. Hoeveel koeien en kippen zijn dat?). Hij moet flexibel zijn in het omgaan met de wiskundige inhoud en oplossingen.

Alle elementen uit de *Definitieve conceptkerndoelen Nederlands en rekenen en wiskunde* (SLO, 2025), de *Kennisbasis Rekenen–Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*, de daarbij behorende *Toetsgids lerarenopleiding basisonderwijs wiskunde* en *Toetshandreiking lerarenopleiding basisonderwijs wiskunde* (10 vdleraar, 2022) hebben in dit boek een plaats gekregen. Het gaat om:

- Wiskundig inzicht en handelen:
 1. De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.
 2. De leerlingen leren praktische en formele rekenwiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.
 3. De leerlingen leren hun aanpak bij het oplossen van rekenwiskundige problemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.

- Getallen en bewerkingen:
 1. De leerlingen leren structuur en samenhang van aantallen, gehele getallen, kommagetallen, breuken, procenten en verhoudingen op hoofdlijnen te doorzien en er in praktische situaties mee te rekenen.
 2. De leerlingen leren de basisbewerkingen met gehele getallen in elk geval tot 100 snel uit het hoofd uit te voeren, waarbij optellen en aftrekken tot 20 en de tafels van buiten zijn gekend.
 3. De leerlingen leren schattend tellen en rekenen.
 4. De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.
 5. De leerlingen leren schriftelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens meer of minder verkorte standaardprocedures.
 6. De leerlingen leren de rekenmachine met inzicht te gebruiken.

- Meten en meetkunde:
 1. De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.
 2. De leerlingen leren meten en leren te rekenen met eenheden en maten, zoals bij tijd, geld, lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur.

Uitgangspunten om te leren rekenen

Voorwaarde om goed te kunnen rekenen is het beheersen van een aantal basisvaardigheden. Hoewel deze voor de hand lijken te liggen, sommen we ze hier toch op:

1. getalbegrip en hoeveelheidsbegrip (je iets kunnen voorstellen bij getallen);
2. optellen en aftrekken tot 100 geautomatiseerd;
3. vermenigvuldig- en deeltafels geautomatiseerd.

Als deze basis niet aanwezig is, zal daar voortdurend, en liefst van tevoren, aan moeten worden gewerkt. Er is nog een vierde basiselement nodig:

4. een niveau van logisch denken, waarbij je op een hoger niveau kunt denken dan nodig is voor de rekenopgave of de rekensituatie die zich in de praktijk voordoet.

Het niveau van logisch denken zal bij het verder bekwamen in rekenen steeds hoger worden. Probleemoplossend en wiskundig redeneren helpen daarbij.

In de methoden op de basisschool leren de leerlingen het rekenen via contexten, modellen en daarna de formele opgave. De manier waarop dit toegepast wordt hangt af van de methode. In dit boek is steeds aandacht voor welke contexten en modellen zinvol zijn bij een bepaalde wiskundige activiteit. Uitgangspunt is dat een context (een betekenisvolle situatie) is gebaseerd op een onderliggend model met als doel het oplossen te ondersteunen. Bij het bedenken van een context begint de leerkracht daarom altijd met het model. Op grond daarvan kan een relevante situatie worden gecreëerd.

Dit boek geeft de basis om goed les te kunnen geven. Het is de 'kennis voor het lesgeven', zoals dat heet in *Voetstuk van de Pabo* (Van Zanten et al., 2009). Om deze kennis te beheersen is oefening op drie niveaus nodig: context, model en formele opgave. Het is daarom belangrijk dat je zo veel mogelijk elke opgave op deze drie niveaus oplost en waar mogelijk ook steeds kijkt of er bij de formele oplossing sprake kan zijn van handig rekenen. Een selectie van opgaven vind je aan het eind van elke module (10 complexe opgaven). In de online leeromgeving vind je vele extra opgaven.

Leeswijzer

Het boek bestaat uit zes modules.

In module 1 wordt globaal de inhoud van het rekenonderwijs op de basisonderwijs beschreven. Om dit over te kunnen brengen bestudeer je dit boek. In module 1 beschrijven we ook de werkwijze kwalitatief oefenen. Deze module moet je dus als eerste grondig bestuderen.

In module 2 tot en met 6 komen de domeinen uitvoerig aan bod, zoals ze ook zijn vertegenwoordigd in de landelijke kennisbasistoets.

Aan het einde van module 2 tot en met 6 staan steeds tien complexe opgaven waarmee je het gebruik van kwalitatief oefenen kunt trainen.

Door het boek heen zijn tips opgenomen, die de leerkracht handvatten bieden om de stof bij de leerling onder de aandacht te brengen.

Soms wordt in de tip verwezen naar een website, video of bijlage.



Ook vind je voorbeelden die de stof verder toelichten.



Verdiepingskaders gaan wat dieper op een bepaald onderwerp in.



In de online leeromgeving vind je de uitwerkingen bij de complexe opgaven en honderden extra opgaven om verder te oefenen, inclusief uitwerkingen. In het boek vind je op de plek waar de extra opdracht of opdrachten bij horen, steeds de verwijzing: 'Maak nu de opdracht(en)':

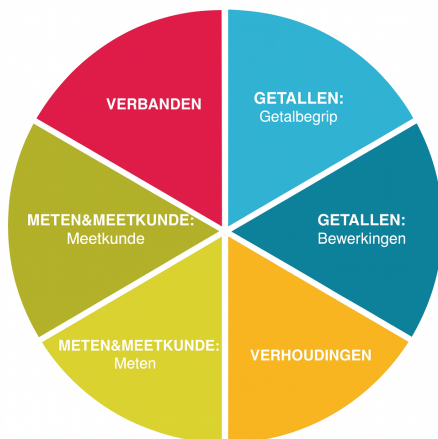
Domeinen, leerlijnen en kwalitatief oefenen

1

Deze module beschrijft de verschillende domeinen die bij rekenen-wiskunde een rol spelen. Daarnaast kijken we naar de manier waarop leerlingen in het basisonderwijs leren cijferen. Ook worden de methodieken beschreven die in de volgende modules steeds een rol spelen: het analyseren van een opgave door middel van een rekenspin en het maken en uitvoeren van een stappenplan.

1.1 De rekeninhouden in het basisonderwijs

Als je op de basisschool met kinderen aan het rekenen bent, gaat het altijd om onderwerpen uit zes rekenwiskundige groepen. De SLO (Stichting Leerplan Ontwikkeling) noemde deze rekenwiskundige groepen de domeinen, waarbij het domein 'Getallen' is opgesplitst in twee delen en het domein 'Meten en Meetkunde' juist is onderverdeeld in 'Meten' en 'Meetkunde'. Ze zijn als volgt in beeld gebracht:



Figuur 1.1 Inhoudslijnen rekenen-wiskunde voor het primair onderwijs (SLO)

In de volgende paragrafen krijg je een beeld van de rekeninhouden van elk van deze domeinen die in de kennisbasis wiskunde zijn opgenomen, zodat je goed in staat bent het rekenonderwijs op de basisschool te verzorgen. In de modules 2 tot en met 6 worden deze rekenonderdelen uitgelegd.